

Kvalifikacioni ispit za studijske programe za matematiku i računarstvo i matematiku i fizika

01. 07. 2009.

1. Ustanoviti tačnost jednakosti:

$$\frac{\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{19-8\sqrt{3}}}{4-\sqrt{3}} - \sqrt{3} = 2$$

2. Pokazati da je:

$$\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)^{-1} : \frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^2-b^2} = -ab.$$

3. Ne riješavajući kvadratnu jednačinu $x^2 - 17x - 60 = 0$ izračunati:

(a) zbir kvadrata rješenja

(b) zbir kubova rješenja

4. Ako je $\log_p q = \sqrt{5}$, izračunati $\log_{\sqrt{pq}}\left(\frac{q}{\sqrt{p}}\right)$.

5. Naći četiri broja koji formiraju geometrijsku progresiju kod koje je treći član veći od prvog za 9, a drugi veći od četvrtog za 18.

6. Izračunati $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$.

7. Riješiti jednačinu $\sin^2 2x + \sin^2 3x = 1$.

8. U trouglu ABC uglovi kod A i C iznose, redom, 15° i 30° . Neka je D presječna tačka prave kroz B normalne na pravu AB i prave AC . Dokazati da je $AD = 2BC$.

9. Osnova prave prizme je paralelogram čije su stranice $a = 9$ i $b = 10$, a jedna dijagonala je $d_1 = 17$. Izračunati zapreminu prizme ako je njena površina $P = 334$.

10. Odrediti jednačine tangenata elipse $x^2 + 4y^2 = 100$ koje su povučene iz tačke $A(2, 7)$.