

ПРЕДМЕТ: Математичка анализа 1
Други колоквијум
Пале, 25.I 2009.

1. Нека је низ x_n задат на следећи начин $x_1 = x_2 = 1$, $x_n = \frac{x_{n-1}}{2} + \frac{x_{n-2}}{4}$, и нека је низ y_n задат на следећи начин: $y_n = \frac{y_{n-1}}{3}$, $y_1 = 1$.

а) користећи Дирихлеов критеријум доказати да конвергира ред $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n$ (15)

б) користећи Абелов критеријум доказати да конвергира ред $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x_n y_n$ (15)

2. Да ли конвергира ред:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)(n+2)}{\left(\sqrt{2} + \frac{1}{n}\right)^n} \quad (20)$$

3. Израчунати лимесе:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - \cos bx}{x^2}$ (10)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{(x^x + x^{x+1})^{\frac{1}{x}}}$ (10)

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ (10)

4. Да ли постоји :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \frac{1}{x-1}}{x+1} . \quad (20)$$

Вријеме рада 120 мин.