УНИВЕРЗИТЕТ У ИСТОЧНОМ САРАЈЕВУ
ФИЛОЗОФСКИ ФАКУЛТЕТ

ПРЕДМЕТ: Функционална анализа
Писмени испит

Пале, 16.II 2009.

1. Нека је $A=\left\{ f\in C\left[0,1\right]:\int_0^1 f(x)dx\le 1\right\}$. Испитати да ли је A потпростор простора $C\left[0,1\right]$, и да ли је затворен као скуп.

2. У Банаховом простору $C\left[1,2\right]$ посматрајмо низ функција $f_n(t)=\sqrt[n]{t^{n+1}}$ и испитати његову јаку конвергенцију .

3 .Посматрајмо линеаран функционал $f:X\to C$ дефинисан са

а) $\alpha\left(f\right)=\sum_{j=1}^{\infty}\frac{(-1)^j}{2^j}f\left(\frac{1}{j}\right)$, $X=C\left[0,1\right]$

б) $\alpha\left(f\right)=\sum_{j=1}^{\infty}\frac{(i)^j}{2^j}f\left(\frac{1}{j}\right)$, $X=C\left[0,1\right]$

4. Посматрајмо пресликавање $A:l^2\to l^2$, дефинисано са $Ax=y$, $\eta_n=\frac{1}{2^n}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^k}\varepsilon_k$. Доказати да је А линеаран ограничен оператор и израчунати му норму.

5. Нека су рационални бројеви из $\left[0,1\right]$ поређани у низ $\left(r_n\right)_{n=1}^{\infty}$. Нека је задат оператор $A:C\left[0,1\right]\to l^{\infty}$ са $(Af)_n=f(r_n)$.

а) Доказати да је А линеаран и ограничен.
б) Доказати да је А "1-1", а да није "на".

Вријеме рада 180 мин.