

ПРЕДМЕТ: Функционална анализа
Писмени испит
Пале, 15.X 2009

1. Нека је $C_K = \{f \in C[0,1] : \forall t \in [0,1] : |f(t)| \leq K\}$. Испитати да ли је C_K векторски потпростор од $C[0,1]$ и доказати да је као скуп затворен у топологији индукованој стандардном метриком.

2. У Банаховом простору $C[0,1]$ посматрајмо низ $x_n(t) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$. Испитати јаку конвергенцију низа.

3. Посматрајмо линеаран функционал $f : X \rightarrow C$ дефинисан са

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n \varepsilon_n}{5^n} \quad \text{гдје је } x = (\varepsilon_n)_{n=1}^{\infty} \text{ низ.}$$

- а) Испитати да ли је f ограничен функционал ако је $X = c_0$
б) Испитати да ли је f ограничен функционал ако је $X = l^p$

4. Испитати да ли су следећи скупови релативни компактни у простору $C[0,1]$

- а) $A = \{\sin \alpha t, \alpha \in R\}$
б) $B = \{e^{t-\alpha}, \alpha \geq 0\}$

Сваки задатак вриједи 25 бод.
Вријеме за израду је 180 мин.