

ПРЕДМЕТ: Функционална анализа  
Писмени испит  
Пале, 01.IX 2009

1. Нека је  $C_0 = \{f \in C[0,1] : \exists t \in [0,1] f(t) = 0\}$ . Испитати да ли је  $C_0$  векторски потпростор од  $C[0,1]$  и доказати да је као скуп затворен у топологији индукованој стандардном метриком.

2. У Банаховом простору  $C[0,1]$  посматрајмо низ  $x_n(t) = n \sin \frac{1}{n} t$ . Испитати јаку конвергенцију низа.

3. Посматрајмо линеаран функционал  $f : X \rightarrow C$  дефинисан са

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon_n}{2^n} \text{ гдје је } x = (\varepsilon_n)_{n=1}^{\infty} \text{ низ.}$$

- а) Испитати да ли је  $f$  ограничен функционал ако је  $X = c_0$   
б) Испитати да ли је  $f$  ограничен функционал ако је  $X = l^p$

4. Испитати да ли су следећи скупови релативни компактни у простору  $C[0,1]$

- а)  $A = \{\sin \alpha t, \alpha \in R\}$   
б)  $B = \{e^{t-\alpha}, \alpha \geq 0\}$

Сваки задатак вриједи 25 бод.  
Вријеме за израду је 180 мин.